# Программа для имитации работы сканера

## Математические расчеты

### Пересечение луча и окружности

#### Уравнение окружности

Уравнение окружности имеет вид

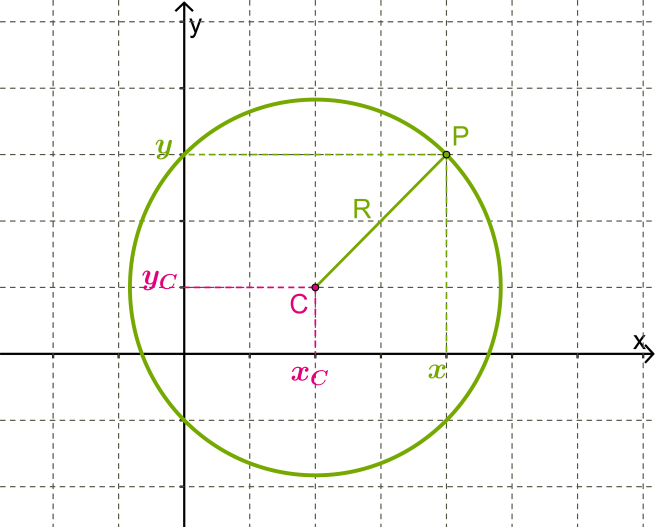
где и – координаты центра,

– радиус.

##### Теория

Используем два известных факта и выведем уравнение окружности:

1. Все точки окружности находятся на данном расстоянии (радиус) от данной точки (центр).
2. Имеем формулу для расчета расстояния между двумя точками, если знаем координаты точек , а если так, то квадрат расстояния



Допустим, что центр окружности находится в точке , а радиус окружности равен . Любая точка на этой окружности находится на расстоянии от центра , значит справедливо равенство

Это и есть уравнение окружности с центром и радиусом . Координаты всех точек, которые находятся на окружности, удовлетворяют уравнению.

Если центр находится в начале координат , то уравнение имеет вид

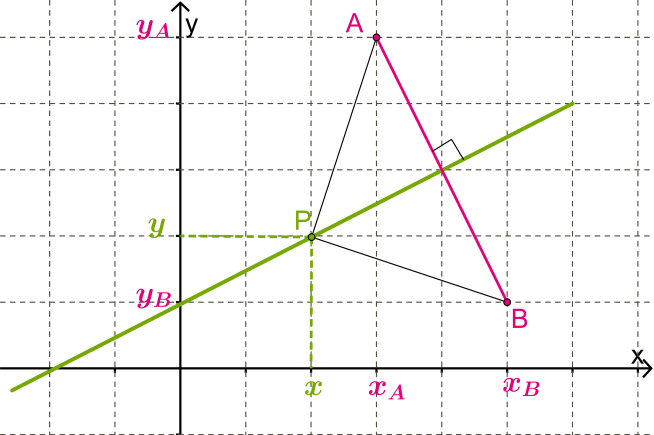
#### Уравнение прямой

где

##### Теория

Для выведения уравнения прямой проведем эту прямую как серединный перпендикуляр некоторому отрезку с данными координатами конечных точек отрезка.

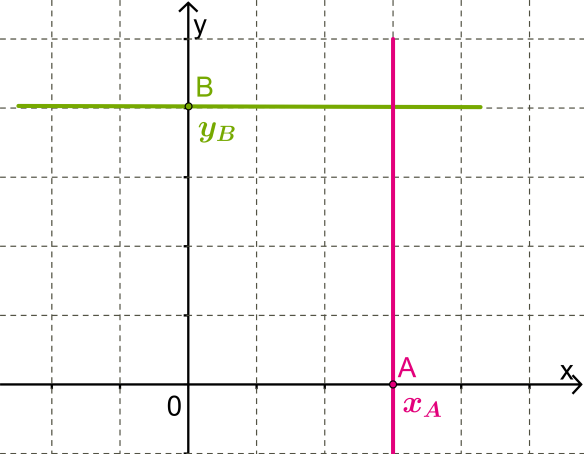
Известно, что все точки серединного перпендикуляра находятся на равных расстояниях от концов отрезка.



Координаты концов отрезка и . Любая точка находится на равных расстояниях от конечных точек , конечно равны и квадраты расстояний , значит справедливо равенство , которое и есть уравнение прямой.

После возведения выражений в скобках и приведения подобных слагаемых

Рассмотрим особые прямые.



1. Прямая проходит через некоторую точку на оси с координатами . Для любой точки на этой прямой , это и есть уравнение прямой.

Так как ось проходит через начало координат, то уравнение оси есть .

1. Прямая проходит через некоторую точку на оси с координатами . Для любой точки на этой прямой , это и есть уравнение прямой.

Так как ось проходит через начало координат, то уравнение оси есть .

#### Пересечение прямой и окружности

где

где

Если , не имеет корней,

, имеет один корень,

, имеет два корня.

#### Пересечение горизонтальной прямой и окружности

Прямая является горизонтальной если

Уравнение горизонтальной прямой имеет вид

Вывод: не является частным случаем, можно решить в общем порядке.

#### Пересечение вертикальной прямой и окружности

Прямая является вертикальной если

Уравнение вертикальной прямой имеет вид

где

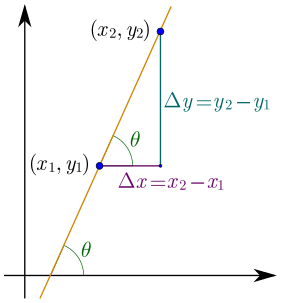
Если , не имеет корней,

, имеет один корень,

, имеет два корня.

#### Угловой коэффициент прямой

Угловой коэффициент прямой – коэффициент в уравнении прямой на координатной плоскости, численно равен тангенса угла (составляющего наименьший поворот от оси к оси ) между положительным направлением оси абсцисс и данной прямой линией.



Тангенс угла может рассчитываться как отношение противолежащего катета к прилежащему. всегда равен , то есть производной уравнения прямой по .

Угловой коэффициент не существует (иногда формально говорят «обращается в бесконечность») для прямых, параллельных оси .

#### Точка пересечения луча и окружности

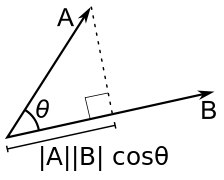
Прямая проходит через точку начала координат.

Необходимо определить и и сравнить их знаки со знаками координат точки пересечения. Если знаки не совпадают, то точка пересечения лежит не на луче, а на его продолжении. В этом случае точку не учитывать.

### Пересечение луча и отрезка

#### Скалярное произведение векторов

Скалярное произведение векторов – это число, равное произведению длин этих векторов на косинус угла между ними.



Если векторы заданы своими координатами , , то скалярное произведение .

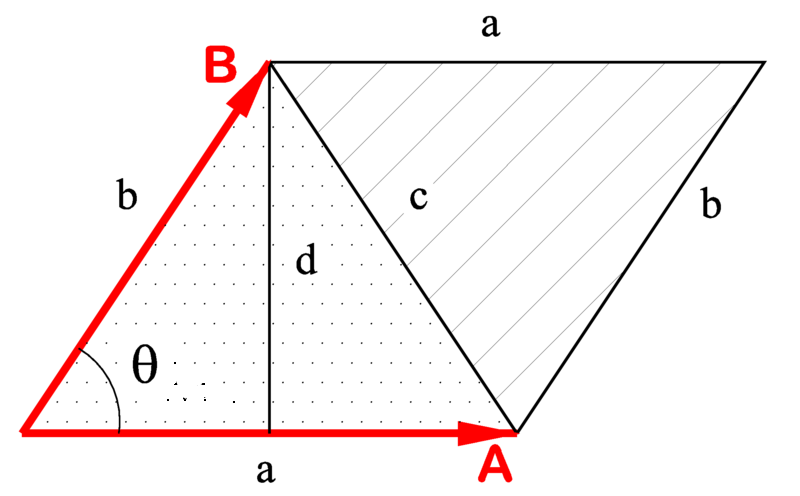
#### Косое произведение векторов

Псевдоскалярным или косым произведением векторов на плоскости называется число

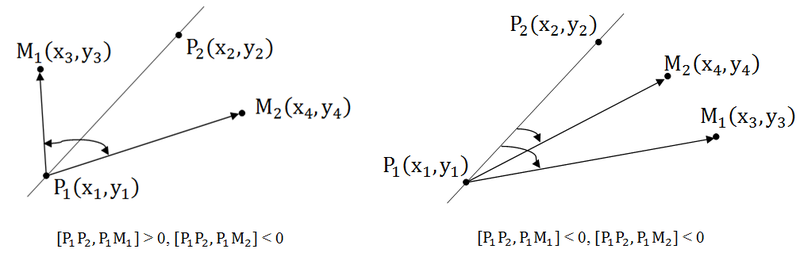
где – угол вращения (против часовой стрелки) от к . Если хотя бы один из векторов и нулевой, то полагают .

Если векторы заданы своими координатами , , то косое произведение .

Геометрически косое произведение векторов представляет собой ориентированную площадь параллелограмма, натянутого на эти вектора.

**

#### Взаимное расположение двух точек относительно прямой



Если точки находятся по разные стороны относительно прямой, то косые произведения имеют разные знаки, а значит их произведение отрицательно. Если же точки лежат по одну сторону относительно прямой, то знаки косых произведений совпадают, значит, их произведение положительно.

Итак,

1. – точки лежат по разные стороны.
2. – точки лежат по одну сторону.
3. – одна (или две) из точек лежит на прямой.

#### Точка пересечения прямой и отрезка

## Алгоритм